Læring fra eksempler

Vegard Gjerde
Postdoktor fysikkdidaktikk
UiB

Lærernes dag 2025

Innhold

- Definisjon eksempler
- Når trenger vi eksempler?
- Hva trenger vi å lære fra eksempler?
- Hvordan lærer vi effektivt fra eksempler?
- Hva bør vi gjøre etter å ha lært fra eksempler?

Hva mener jeg med eksempler?

Lærernes dag 2025

Definisjon eksempler

- Løsningsforslag / utarbeidede eksempler
  - Med eller uten skrevne forklaringer
- Hvordan en ekspert ville løst oppgaven.

Når trenger vi eksempler?

Lærernes dag 2025

Når trenger vi eksempler?

- Tidlig i innlæring. (Lære om hvordan løse problemer)
- Oppgaver med
  - Nye konsepter og prinsipper.
  - Nye metoder eller programvare.
  - Økende kompleksitet.
- Gamle løsninger du fortsatt ikke mestrer

- Mismatch mellom nåværende kunnskap og ferdighet og oppgavens krav.
- Ekspertisereversering: Gradvis mer problemløsning

De fire kognitive strategiene for problemløsning

1. Analogi til eksempel (gir overfladiske ferdigheter)
2. Gjenfinnbare løsningsregler (mangler)
3. Ubevisste ferdigheter (mangler)
4. Gjenfinne svar (umulig)

Lærernes dag 2025

Anderson, J. R., Fincham, J. M., & Douglass, S. (1997, Jul). The role of examples and rules in the acquisition of a cognitive skill. *Journal of Experimental Psychology-Learning Memory and Cognition, 23*(4), 932-945. https://doi.org/10.1037/0278-7393.23.4.932

Hva trenger vi å lære fra eksempler?

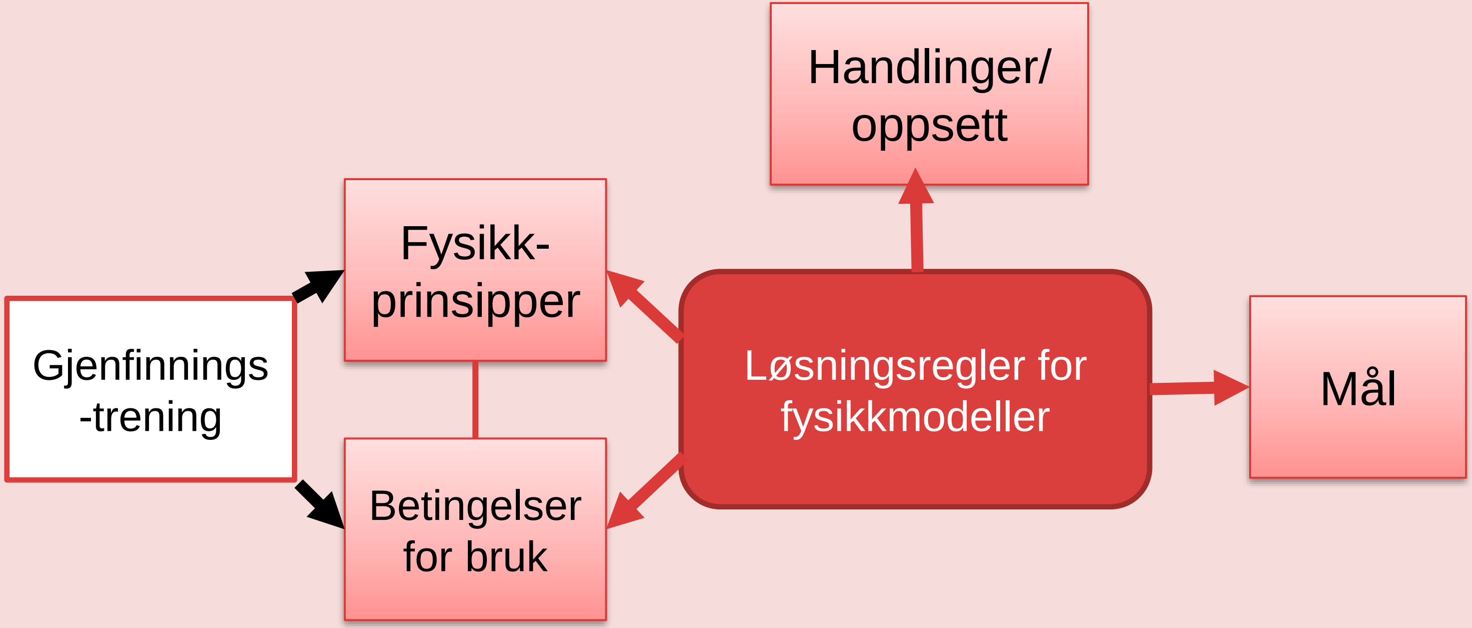
Lærernes dag 2025

Hva trenger vi å lære fra eksempler?

- Gjenfinnbare løsningsregler.
  - Samme struktur som ubevisste ferdigheter.
  - Raskere å lære enn ubevisste ferdigheter.
  - Fleksibel, overførbar kunnskap.

Gjenfinnbare løsningsregler

1. $\frac{1}{2}m_s v_{0s}^2 + m_s g(r+h) = \frac{1}{2}m_s v_{1s}^2$
2. $m_s v_{1s} = m_m v_m - m_s v_{2s}$
3. $\sum F_y = T - m_s g = m_s \frac{v_{2s}^2}{r}$



Lærernes dag 2025

Gjerde, V., Havre Paulsen, V., Holst, B., & Kolstø, S. D. (2022). Problem solving in basic physics: Effective self-explanations based on four elements with support from retrieval practice. Physical Review Physics Education Research, 18(1), 010136.

Hvorfor er prinsipper så viktig?

- Den sentrale kunnskapen i fysikk.
  - Utgangspunkt for all dyp læring
  - Sentral i fysisk tenking
  - Sentral i alle primære læringsstrategier
- **Store mangler i studentenes kunnskap**
  - “Formeljakt” og analog problemløsning.
  - Husker ikke Newtons andre lov rett før eksamen.

Lærernes dag 2025

v4.5

Hierarchical Principle Structure for Mechanics (Prinsipparket) – Phys111

Designed by Vegard Gjerde

For questions & feedback: vegard.gjerde@uib.no

Fundamental principles: «Newton's 3 laws» and «Conservation of energy»

Translational mechanics

Motion – Kinematics:

1 **Condition:** $a = \text{constant}$

Kinematics 1: $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

Kinematics 2: $v = v_0 + at$

Kinematics 3: $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

Kinematics 4: $\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$

Force – Newton's 3 laws: / Conditions:

2 **Newton's 1st:** $\sum \vec{F} = 0 \leftrightarrow \vec{a} = 0$

1. One body or system
2. Net force equals zero
3. At rest, or
4. Constant linear velocity

Newton's 2nd: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

1. One body or system
2. All forces on body
3. Vector sum of forces

Newton's 3rd: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

1. Involves two bodies
2. Forces exerted on each other
3. Forces in opposite directions
4. Equal magnitude reaction
5. Action-reaction in straight line

Energy – Conservation of energy / Work:

3 **Cons. of mechanical energy:**

Condition: $W_{nc} = 0$

$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

Definition work

Condition: ($\vec{F} = constant$): $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

Integral form: $W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} d\vec{l}$

Conservation of total energy

$K_1 + U_1 + W_{nc} = K_2 + U_2$

Work-energy-theorem:

$W_{tot} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$

Momentum – Conservation of momentum

4 **Conservation of linear momentum**

Condition: $\sum \vec{F}_{sys} = \frac{d\vec{p}_{sys}}{dt} = 0$

Conservation: $\sum m_i \vec{v}_i = \sum m_f \vec{v}_f$

Impulse-momentum theorem:

Condition: $\vec{F} = constant$

$\vec{J} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta \vec{p}$

Rotational mechanics

5 **Condition:** $\boldsymbol{\alpha = constant}$

Rot. kinematics 1: $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

Rot. kinematics 2: $\omega = \omega_0 + \alpha t$

Rot. kinematics 3: $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$

Rot. kinematics 4: $\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$

Torque: / **Conditions:**

6 **N**

$\sum \vec{\tau}$

Newton's 2nd (torque): $\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

1. One body or system
2. All torques on body
3. Chosen axis/pivot point
4. Right-hand rule for direction

3 **Cons. of mechanical energy:**

Definition work

Condition

Conservation of total energy

$K_1 + U_1 + W_{nc} = K_2 + U_2$

Work-energy-theorem:

$W_{tot} = \Delta K_{rot} + \Delta K_{trans}$

6 **Conservation of angular momentum**

…tion: $\frac{d\vec{L}_{sys}}{dt} = 0$

Conservation: $\sum \vec{L}_i = \sum \vec{L}_f$

Ang. impulse – ang. momentum theorem:

Condition: $\vec{\tau} = constant$

$J_{ang} = \sum \vec{\tau} \cdot \Delta t = \vec{L}_f - \vec{L}_i = \Delta \vec{L}$

"Det er det flotteste arket i hele verden."

Fluid mechanics

8 **Continuity equation**

Mass continuity

$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

Volume continuity

Condition: Incompressible fluid

$A_1 v_1 = A_2 v_2$

Pascal's law

Conditions: Uniform density; no flow

$p = p_0 + \rho g h$

Archimedes' principle

$F_{buoyancy} = \rho_{fluid} \cdot V_{displaced} \cdot g$

Bernoulli's equation

Conditions:

1. Incompressible fluid
2. Steady flow
3. No viscosity

$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

Elasticity & equilibrium

7 $Y = \frac{Tensile\ stress}{Tensile\ strain} = \frac{F_\perp/A}{\Delta l/l_0}$

$B = \frac{Bulk\ stress}{Bulk\ strain} = \frac{-\Delta p}{\Delta V/V_0}$

$S = \frac{Shear\ stress}{Shear\ strain} = \frac{F_\parallel/A}{x/h}$

Other

1 Kinematics 1 – integral: $x = x_0 + \int_0^t v dt$ | $v = \frac{dx}{dt}$

Kinematics 2 – integral: $v = v_0 + \int_0^t a dt$ | $a = \frac{dv}{dt}$

2 $f \le F_N \cdot \mu$ | $F_G = G\frac{mM}{r^2}$

$a_c = \frac{v^2}{r}$ | $F_{spring} = -kx$

3 $K_{trans} = \frac{1}{2}mv^2$ | $U_{spring} = \frac{1}{2}kx^2$

$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$ | $U_{grav} = mgh$

4 $\vec{p} = m\vec{v}$ | $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

$\vec{J} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$ | $\vec{v}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$

5 Rot. kinematics 1 – integral: $\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$ | $x = r\theta$

$v = r\omega$

Rot. kinematics 2 – integral: $\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$ | $a = r\alpha$

6 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\vec{L}_{particle} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{L}_{rotation} = I\vec{\omega}$

8 $\rho = {}^{m}/_{V}$

$p = {}^{F}/_{A}$

$Q = {}^{V}/_{t}$

Lærernes dag 2025

Hvordan lærer vi effektivt fra eksempler?

«There is no direct evidence showing that students learn from [receiving] long didactic explanations, either in the context of a classroom or in the context of tutoring.»
— Michelene T. H. Chi

Lærernes dag 2025

Hvordan lærer vi effektivt fra eksempler?

- **Selvforklaring**
  - Gi forklaringer, ikke motta. (prinsipp, betingelse, handling, mål)
  - Dårlige forklaringer gir overfladiske algoritmer;
    Gode forklaringer gir generelle løsningsregler
  - Kvalitet i selvforklaring skiller studentene:

«Først setter du dette lik dette. Så gjør du dette, så gjør du det, og så deler du slik, og ganger med den, og så setter du inn tallene.»

«Her har de brukt bevaring av mekanisk energi (prinsipp) fordi det kun er konservative krefter – tyngdekraften – som gjør arbeid på systemet (betingelse). Det er kun potensiell energi i starttilstanden siden systemet starter fra ro og kun kinetisk energi i sluttilstanden siden de har satt det som nullnivået for potensiell energi (oppsett) […]»

Hvordan lærer vi effektivt fra eksempler?

- **Selvforklaring i matematikk**

«Vi deriverer det ytre uttrykket først, så det indre, og ganger dem sammen.»

«Vi bruker kjerneregelen fordi vi har en sammensatt funksjon, det vil si en funksjon inni en annen funksjon. Først deriverer vi det ytre uttrykket og beholder det indre uttrykket uendret, fordi den ytre funksjonen avhenger direkte av det indre uttrykket. Deretter ganger vi med den deriverte av det indre uttrykket, siden det indre påvirker helheten. Dette er viktig når du har funksjoner som $f(g(x))$, der endringen i $g(x)$ vil påvirke verdien av f.»

Lærernes dag 2025

Hvordan lærer vi effektivt fra eksempler?

- **Selvforklaring i programmering**

«Vi setter feltvariabelen som 'private' og bruker konstruktøren til å initialisere den. Vi har en get-metode for feltvariabelen.»

«Ved å sette feltvariabelen til privat oppnår vi innkapsling, som beskytter variabelen mot direkte tilgang og modifikasjon fra andre klasser. Dette er spesielt nyttig når variabelen inneholder sensitive data eller logikk som ikke bør endres utenfor klassen. Vi bruker konstruktøren til å sette en verdi for variabelen ved objektopprettelse, noe som sikrer at klassen alltid er korrekt initialisert med de nødvendige avhengighetene. Siden det bare finnes en get-metode og ingen set-metode, er objektet uforanderlig, og verdien kan ikke endres etter initialisering. Dette kan være ønskelig i situasjoner hvor stabil tilstand er viktig, for eksempel i immutable objekter som ofte brukes i flertrådede miljøer for å unngå problemer med dataintegritet.»

Prosess, ikke produkt

- Prosessen med selvforklaring gir læring, ikke produktet.
- Søke svar på spesifikke spørsmål
  - Hypotese – uttesting – feedback
  - "Hvorfor er det minus foran vekten?"
  - "Hvorfor er det cosinus i uttrykket for drakraften?"
  - "Er dette bevaring av mekanisk energi?"

Individuelt eller i grupper

- Forklar til deg selv eller andre.
- Fall tilbake på analogi, men forklar etter problemet er løst.
- Få forklart, forklar tilbake.
- Løs oppgaver i grupper; forklar løsningene til hverandre.

Selvforklaring med prinsipper

- Største mangelen i fysikkutdanning?
- Prinsipper: Viktigste elementet i å forstå løsninger.
- Betingelser for bruk av prinsipper.

- Gjenfinningstrening → Økt kvalitet på selvforklaringer

Lærernes dag 2025

Gjerde, V., Havre Paulsen, V., Holst, B., & Kolstø, S. D. (2022). Problem solving in basic physics: Effective self-explanations based on four elements with support from retrieval practice. Physical Review Physics Education Research, 18(1), 010136.

Hva bør vi gjøre etter å ha lært fra eksempler?

Lærernes dag 2025

Hva nå?

- Gjenfinnbare løsningsregler er minner
  - Power law decay, men forsvinner ikke
- **Må/bør “konverteres” til ubevisste regler.**
  - Redusere mental belastning fra tolkning av løsningsregler.
  - Frigjøre mental kapasitet til manipulasjon i arbeidsminnet.
- **Ubevisste regler tar over etter ca. 50 repetisjoner.**
- Beholder fleksibiliteten/forståelsen fra gjenfinnbare løsningsregler; får effektiviteten til ubevisste ferdigheter.

Lærernes
dag 2025